第 23 講　体積（回転体のみ）

23

［A］ 次の各問いに答えよ．

(1) $y=x^2-2x$ と x 軸によって囲まれる部分を x 軸のまわりに回転してできる立体の体積を求めよ．

(2) $y=\tan x\left(0\leqq x\leqq\dfrac{\pi}{4}\right)$ と直線 $x=\dfrac{\pi}{4}$ と x 軸によって囲まれる部分を x 軸のまわりに回転してできる立体の体積を求めよ．

(3) $y=\log x$ と x 軸，y 軸，そして直線 $y=2$ によって囲まれる部分を y 軸のまわりに回転してできる立体の体積を求めよ．

［B］ 次の各問いに答えよ．

(1) 2 つの曲線 $y=\sin x\left(0\leqq x\leqq\dfrac{\pi}{2}\right)$，$y=\sin 2x\left(0\leqq x\leqq\dfrac{\pi}{2}\right)$ によって囲まれる部分を，x 軸のまわりに回転してできる立体の体積を求めよ．

(2) $C：y=\log x$ とする．$x=e$ における C の接線を l とするとき，C と l，x 軸によって囲まれる部分を x 軸のまわりに回転してできる立体の体積を求めよ．

ⒸRECRUIT HOLDINGS
本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

< Note >

ⒸRECRUIT HOLDINGS

本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

第23講　体積（回転体のみ）

23　$C : y = e^x$ とする．$x=1$ における C の接線を l とするとき，C と l と y 軸によって囲まれる部分を x 軸のまわりに回転してできる立体の体積を求めよ．

ⒸRECRUIT HOLDINGS

本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

< Note >

ⒸRECRUIT HOLDINGS

本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

第 23 講　体積（回転体のみ）

23

［A］ 次の各問いに答えよ．

(1) $y=x^2-2x$ と x 軸によって囲まれる部分を x 軸のまわりに回転してできる立体の体積を求めよ．

(2) $y=\tan x\left(0\leqq x\leqq\dfrac{\pi}{4}\right)$ と直線 $x=\dfrac{\pi}{4}$ と x 軸によって囲まれる部分を x 軸のまわりに回転してできる立体の体積を求めよ．

(3) $y=\log x$ と x 軸，y 軸，そして直線 $y=2$ によって囲まれる部分を y 軸のまわりに回転してできる立体の体積を求めよ．

［B］ 次の各問いに答えよ．

(1) 2 つの曲線 $y=\sin x\left(0\leqq x\leqq\dfrac{\pi}{2}\right)$，$y=\sin 2x\left(0\leqq x\leqq\dfrac{\pi}{2}\right)$ によって囲まれる部分を，x 軸のまわりに回転してできる立体の体積を求めよ．

(2) $C：y=\log x$ とする．$x=e$ における C の接線を l とするとき，C と l，x 軸によって囲まれる部分を x 軸のまわりに回転してできる立体の体積を求めよ．

【答】 ［A］ (1) $\dfrac{16}{15}\pi$　(2) $\dfrac{\pi(4-\pi)}{4}$　(3) $\dfrac{e^4-1}{2}\pi$

［B］ (1) $\dfrac{3\sqrt{3}}{16}\pi$　(2) $\dfrac{2\pi(3-e)}{3}$

【解説】 ［A］ (1) $x^2-2x=x(x-2)=0$　　∴　$x=0$，2 より求める体積は

$$\int_0^2\pi(x^2-2x)^2dx=\int_0^2\pi(x^4-4x^3+4x^2)dx=\pi\left[\frac{1}{5}x^5-x^4+\frac{4}{3}x^3\right]_0^2=\boldsymbol{\frac{16}{15}\pi}$$

(2) 求める体積は

$$\int_0^{\frac{\pi}{4}}\pi(\tan x)^2dx=\int_0^{\frac{\pi}{4}}\pi\left(\frac{1}{\cos^2 x}-1\right)dx=\pi\Big[\tan x-x\Big]_0^{\frac{\pi}{4}}=\boldsymbol{\frac{\pi(4-\pi)}{4}}$$

(3) $y=\log x \iff x=e^y$ なので求める体積は

$$\int_0^2\pi(e^y)^2dy=\int_0^2\pi e^{2y}dy=\pi\left[\frac{1}{2}e^{2y}\right]_0^2=\boldsymbol{\frac{e^4-1}{2}\pi}$$

©RECRUIT HOLDINGS
本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

［B］ (1)　$\sin 2x=\sin x \iff \sin x(2\cos x-1)=0$

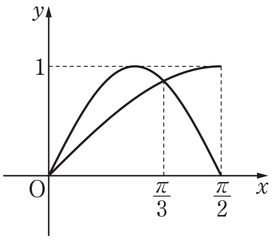
∴　$x=0,\ \dfrac{\pi}{3}$ なので，求める体積は

$$\int_0^{\frac{\pi}{3}}\pi(\sin 2x)^2dx-\int_0^{\frac{\pi}{3}}\pi(\sin x)^2dx=\int_0^{\frac{\pi}{3}}\pi(\sin^2 2x-\sin^2 x)dx$$

$$=\int_0^{\frac{\pi}{3}}\pi\left(\frac{1-\cos 4x}{2}-\frac{1-\cos 2x}{2}\right)dx$$

$$=\int_0^{\frac{\pi}{3}}\pi\cdot\frac{\cos 2x-\cos 4x}{2}dx$$

$$=\frac{\pi}{2}\left[\frac{1}{2}\sin 2x-\frac{1}{4}\sin 4x\right]_0^{\frac{\pi}{3}}=\boldsymbol{\frac{3\sqrt{3}}{16}\pi}$$



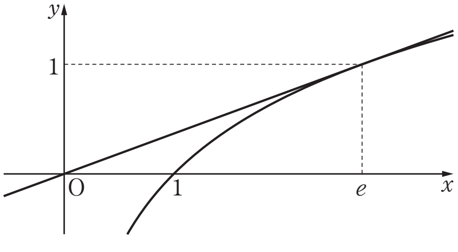
(2)　$y=\log x$ より $y'=\dfrac{1}{x}$ となるので $x=e$ における接線の方程式は

$$y=\frac{1}{e}(x-e)+\log e \qquad \therefore\quad y=\frac{1}{e}x$$

よって求める体積は

$$\frac{1}{3}\times 1^2\pi\times e-\int_1^e\pi(\log x)^2dx=\frac{e\pi}{3}-\pi\Big[x(\log x)^2-2x\log x+2x\Big]_1^e=\frac{e\pi}{3}-\pi(e-2)$$

$$=\boldsymbol{\frac{2\pi(3-e)}{3}}$$



ⒸRECRUIT HOLDINGS

本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

第23講　体積（回転体のみ）

23　$C : y=e^x$ とする．$x=1$ における C の接線を l とするとき，C と l と y 軸によって囲まれる部分を x 軸のまわりに回転してできる立体の体積を求めよ．

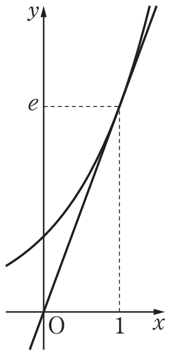
【答】 $\dfrac{\pi(e^2-3)}{6}$

【解説】 $y=e^x$ より $y'=e^x$ となるので $x=1$ における接線の方程式は

$$y=e(x-1)+e \qquad \therefore \quad y=ex$$

よって求める体積は

$$\int_0^1 \pi(e^x)^2 dx-\frac{1}{3}\times e^2\pi\times 1=\pi\left[\frac{1}{2}e^{2x}\right]_0^1-\frac{e^2\pi}{3}=\frac{\pi(e^2-1)}{2}-\frac{e^2\pi}{3}=\boldsymbol{\frac{\pi(e^2-3)}{6}}$$



ⒸRECRUIT HOLDINGS
本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。